

10. ÜNİTE

HACİM ÖLÇÜLERİ VE HESAPLANMASI

KONULAR

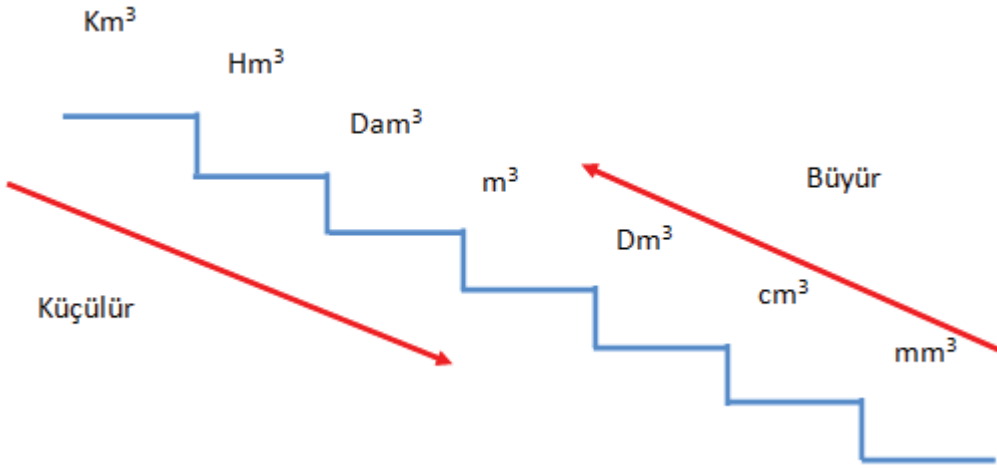
1. HACİM VE HACİM ÖLÇÜLERİ KAVRAMI
2. HACİM ÖLÇÜLERİ BİRİMLERİ
3. SIVI ÖLÇÜSÜ BİRİMLERİ
4. PRİZMALAR
5. PRİZMALARIN ÖZELİKLERİ VE TÜRLERİ
6. DİKDÖRTGENLER PRİZMASININ ALANI VE HACMİ
7. KARE PRİZMANIN ALANI VE HACMİ
8. KÜPÜN ALAN VE HACMİ
9. PİRAMİTLER
10. PİRAMİTLERİN ALAN, HACİMLERİ
11. SİLİNDİR
12. DAİRESEL SİLİNDİRİN ALAN VE HACMİ
13. KONİLER
14. DAİRESEL KONİNİN ALAN VE HACMİ
15. KÜRE
16. KÜRENİN ALANI VE HACMİ
17. ÖZET
18. DEĞERLENDİRME SORULARI

10. 1 HACİM VE HACİM ÖLÇÜLERİ KAVRAMI

HACİM ölçüleri de uzunluk ölçüleri gibi metre sistemine göre düzenlenmiştir. Hacim ölçüsü birimi metre küp dür. m^3 şeklinde gösterilir. Kenar uzunluğu 1 metre olan küpün hacmi $1 m^3$ dür. Hacim ölçüleri için uzunluk ölçülerinde olduğu gibi kullanılan ölçüler yoktur. Hacimleri bulunacak cisimlerin boyutları uzunluk ölçüleri ile ölçülür ve yapılan hesaplardan sonra hacim bulunur.

10.1.1 Hacim Ölçüleri Birimleri

Metre küp'ün katları biner biner büyür ve askatları biner biner küçülür.



Metre küpün Katları

- Dekametre küp (dam^3) : Metre küpün 1 000 katıdır.
Hektometre küp (hm^3) : Metre küpün 1 000 000 katıdır.
Kilometre küp (km^3) : Metre küpün 1 000 000 000 katıdır.

Metre küpün Askatları

- Desimetre küp (dm^3) : Metre küpün $\frac{1}{1\ 000}$ katıdır.
Santimetre küp (cm^3) : Metre küpün $\frac{1}{1\ 000\ 000}$ katıdır
Milimetre küp (mm^3) : Metre küpün $\frac{1}{1\ 000\ 000\ 000}$ katıdır.

10.2 SIVI ÖLÇÜSÜ BİRİMLERİ

Süt, zeytinyağı, sirke v.b. sıvı maddeleri ölçmekte kullanılan birime litre denir. Hacmi

1 dm^3 tür. (l) harfi ile gösterilir.

Litrenin Katları

Dekalitre	: Litrenin 10 katıdır.	1 dal = 10 l.
Hektolitre	: Litrenin 100 katıdır.	1 hl = 100 l.
Kilolitre	: Litrenin 1000 katıdır.	1 kl = 1000 l.

As Katları

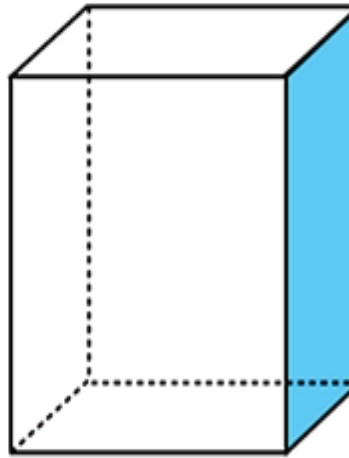
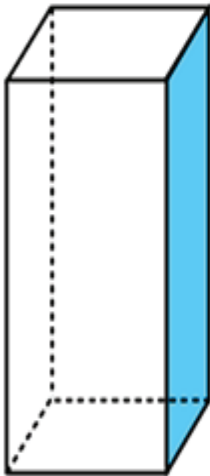
Desilitre	: Litrenin 10 da biridir.	1 dl = 0,1 l
Santilitre	: Litrenin 100 de biridir.	1 cl = 0,01 l
Mililitre	: Litrenin 1000 de biridir.	1 ml = 0,001 l

10.3 PRİZMALAR

10.3.1 Prizmaların Özellikleri Ve Türleri

Tabanları herhangi bir çokgensel bölge olan yan yüzleri dikdörtgensel bölgelerden meydana gelen cisimlere dik prizma denir.

Prizmaların alt ve üst yüzeylerine taban denir.



Dik prizmanın Özellikleri:

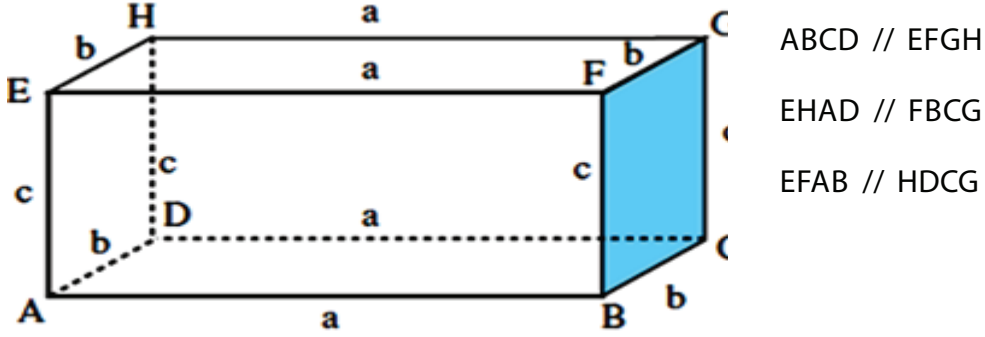
1. Tabanları eş ve paraleldir.
2. Yan yüzeyleri dikdörtgensel bölgelerdir.
3. Her bir köşede kesişen ayrıtları birbirine diktir.
4. Yan ayrıtları aynı zamanda yüksekliktir.

2. SINIF ELEKTRİK TESİSATÇILIĞI

TEMEL MATEMATİK VE FİZİK

Prizmalar tabanlarına göre; dikdörtgenler prizması, kare prizma, üçgen prizma diye isimlendirilirler.

10.3.1.1 Dikdörtgenler Prizmasının Alanı Ve Hacmi



Özellikleri

1. 6 yüzü, 12 ayrıtı ve 8 köşesi vardır
2. Karşılıklı ayrıtları dörder dörder paralel ve uzunlukları eşittir
3. Karşılıklı yüzleri birbirine paralel ve alanları eşittir.
4. Bir köşeden çıkan ayrıtlara, prizmanın boyutları denir. Bu boyutlar; en, boy, yüksekliktir. (a,b,c)

$$\text{Taban Alanı} = a.b$$

$$\text{Yan Alanları} = 2(ac + bc) = 2c(a + b)$$

$$\text{Bütün Alanı} = 2ab + 2(ac + bc) = 2(ab + ac + bc)$$

Dikdörtgenler prizmasının alanı, bir köşeden çıkan üç ayrıtının ikişer ikişer çarpımları toplamının 2 katına eşittir.

$$\text{Hacmi} = \text{Taban Alanı} \times \text{Yükseklik} \quad \Rightarrow \quad V = a \cdot b \cdot c$$

Dikdörtgenler prizmasının hacmi, bir köşeden çıkan üç ayrıtının uzunlukları çarpımına eşittir.

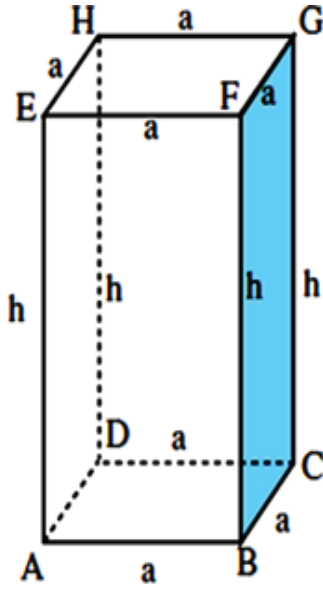
ÖRNEK 1:

Ayrıtları 4 cm, 5 cm ve 10 cm olan dikdörtgenler prizmasının tüm alanını ve hacmini bulunuz?

ÇÖZÜM:

$a = 4 \text{ cm}$	Bütün Alanı = $2.(ab + ac + bc)$	Hacmi = $a \cdot b \cdot c$
$b = 5 \text{ cm}$	$= 2.(4 \cdot 5 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 10)$	$= 4 \cdot 5 \cdot 10$
$c = 10 \text{ cm}$	$= (40 + 80 + 100)$	$= 200 \text{ cm}^3$
	$= 220 \text{ cm}$	

10.3.1.2 Kare Prizmanın Alanı Ve Hacmi



Tabanı kare, yan yüzeyleri dikdörtgen olan prizmalardır. Dikdörtgenler prizmasının bütün özelliklerini taşır.

Taban Alanı = a^2 (Tabanı kare olduğu için)

Yan Alanları = $4 \cdot a \cdot h$

Kare dik prizmanın yanal alanı, taban çevresinin uzunluğu ile yüksekliğinin çarpımına eşittir.

Bütün Alanı = $2a^2 + 4(a \cdot h)$

Kare dik prizmanın alanı, bir yan yüzünün alanının 4 katı ile iki taban alanının toplamına eşittir.

Hacmi = Taban Alanı x Yükseklik = $a^2 \cdot h$

ABCD // EFGH

ÖRNEK 2:

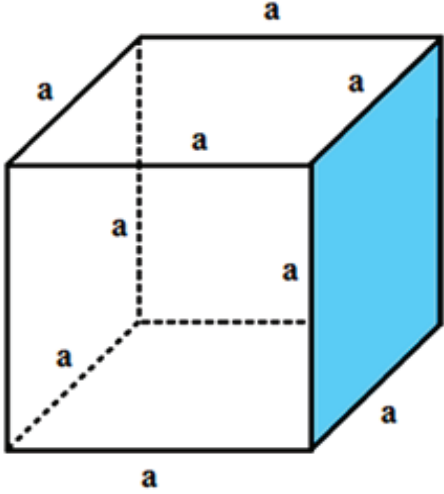
Taban ayrıtı 10cm ve yüksekliği 14cm olan kare dik prizmanın taban alanı, bütün alanını ve hacmini bulunuz?

Taban Alanı = a^2	Bütün Alanı = $2 a^2 + 4.(a \cdot h)$	Hacmi = $a^2 \cdot h$
$A = 10^2 = 100 \text{ cm}^2$ dir.	$= 2.(10^2 + 4 \cdot 10 \cdot 14)$	$= 10^2 \cdot 14$
	$= 200 + 560$	$= 100 \cdot 14$
	$= 760 \text{ cm}^2$ dir.	$= 1400 \text{ cm}^3$ dür.

10.3.1.3 Küpün Alan ve Hacmi

Bütün ayrıtları birbirine eşit olan prizmaya küp denir.

Dikdörtgenler prizmasının tüm özelliklerini taşır. Bütün yüzleri birbirine eş karesel bölgelerdir.



Taban Alanı = a^2

Bütün Alanı = $6a^2$

Küpün bütün alanı, bir ayrıtı karesinin 6 katıdır.

Hacmi = Taban Alanı x Yükseklik

$V = a^2 \cdot a$

$V = a^3$

Küpün hacmi, bir ayrıtının küpüne eşittir.

ÖRNEK 2:

Bir kenarının uzunluğu 5cm olan küpün; taban alanını, bütün alanını ve hacmini bulunuz?

ÇÖZÜM:

Taban Alanı = a^2

Bütün Alanı = $6 \cdot a^2$

Hacmi = Taban Alanı x Yükseklik

$A = 5^2$

$= 6 \cdot 5^2$

$V = a^3$

$A = 25\text{cm}^2$ dir

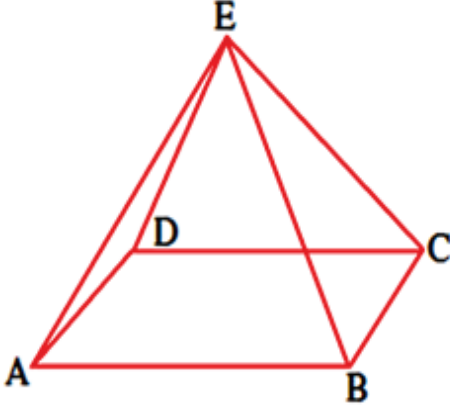
$= 150\text{cm}^2$

$V = 5^3 = 125\text{cm}^3$

10.4 PİRAMİTLER

10.4.1 Piramitlerin Alan Ve Hacimleri

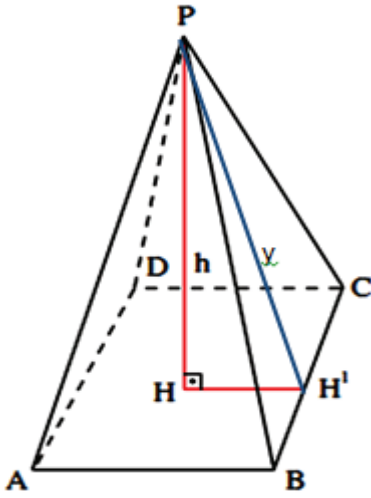
Bir düzlem ve bu düzlemin dışında bir nokta alınır. Bu noktadan düzlemdeki bir çokgensel bölgenin her noktası birleştirildiğinde oluşan doğru parçalarının birleşimi piramidi oluşturur. Piramitler taban şekillerine göre adlandırılır. Yüksekliği taban ağırlık merkezinden geçen piramitlere düzgün piramit denir.



Düzensün Piramidin Özellikleri

- 1) Yan ayrıtları eşit uzunluktadır.
- 2) Yan yüzeyleri , eş ikizkenar bölgelerdir.
- 3) Yan yüzeylerinin yüksekliklerinin uzunlukları eşittir.

10.4.1.1 Kare Dik Piramidin Alanı Ve Hacmi



Taban Alanı = a^2 (Tabanı kare olduğu için)

Yanal Alanı= $2.a.h$ (h cismin yüksekliği)

Bütün Alanı= $a^2 + 2a.y$

Hacmi = $\frac{\text{Taban Alanı} \times \text{Yükseklik}}{3}$

$$V = \frac{a^2 \times h}{3}$$

y = yan yükseklik

ÖRNEK 3:

Taban uzunluğu 6cm ve yan yüz yüksekliği 9cm olan kare dik piramidin; taban alanı, bütün alanını ve hacmini bulunuz?

$$\text{Taban Alanı} = a^2$$

$$A = 6^2$$

$$A = 36\text{cm}^2 \text{ dir}$$

$$\text{Bütün Alanı} = a^2 + 2.a.h$$

$$= 6^2 + 2.6.9$$

$$= 36 + 108 = 144\text{cm}^2$$

$$\text{Hacmi} = \frac{a^2 \times h}{3}$$

$$V = \frac{6^2 \times 9}{3}$$

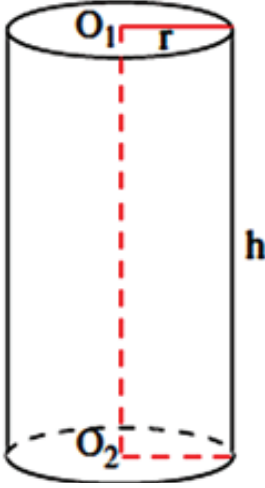
$$V = \frac{36 \times 9}{3}$$

$$V = 60\text{cm}^3$$

10.5 SİLİNDİR

10.5.1 Dairesel Silindirin Alan Ve Hacmi

Bir dikdörtgensel bölgenin kenarlarından biri etrafında 360° döndürülmesiyle oluşan cisme, dik silindir denir.



$$\text{Taban Alanı} = \pi \cdot r^2$$

$$\text{Yanal Alanı} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$\text{Bütün Alanı} = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$\text{Hacmi} = \text{Taban alanı} \times \text{Yükseklik}$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

ÖRNEK 4:

Taban yarıçapı 7cm ve yüksekliği 10cm olan silindirin; taban alanını ve hacmini bulunuz?

$$\text{Taban Alanı} = \pi \cdot r^2$$

$$A = \frac{22}{7} \cdot 7^2$$

$$A = 154 \text{cm}^2 \text{ dir}$$

$$\text{Bütün Alanı} = \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot (r+h)$$

$$= 2 \cdot \frac{22}{7} \cdot 7 \cdot (7+10)$$

$$\text{Hacmi} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$V = \frac{22}{7} \cdot 7^2 \cdot 10$$

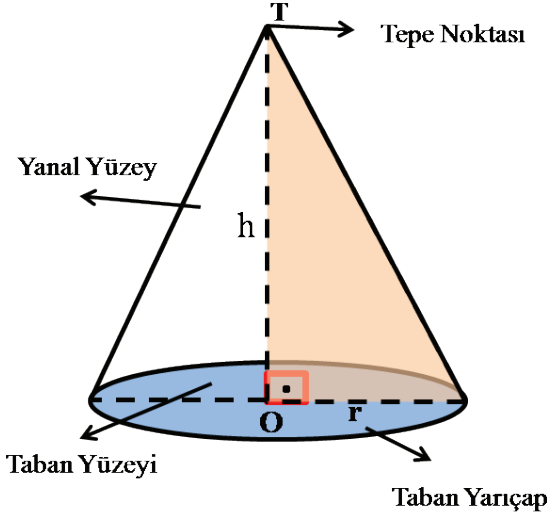
$$V = 1540 \text{cm}^3$$

$$= 748 \text{cm}^2$$

10.6 KONİLER

10.6.1 Dairesel Koninin Alan Ve Hacmi

Bir dik üçgensel bölgenin dik kenarlarından birinin etrafında 360° döndürülmesi ile oluşan şekle koni denir.



$$\text{Taban Alanı} = \pi \cdot r^2$$

$$\text{Yanal Alanı} = \pi \cdot r \cdot y$$

$$\text{Bütün Alanı} = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot y$$

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

ÖRNEK 5:

Taban yarıçapı 5 cm ve ana doğrusu 12 cm olan koninin bütün alanını bulunuz?

$$A = \pi \cdot r \cdot (r + y) = 3,14 \cdot 5 \cdot (5 + 12) = 266,9 \text{ cm}^2$$

ÖRNEK 6:

Taban yarıçapı 6 cm ve yüksekliği 8 cm. olan koninin hacmini bulunuz?

$$V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 8 = 301,44 \text{ cm}^3$$

10.7 KÜRE

10.7.1 Kürenin Alanı Ve Hacmi

r pozitif bir reel sayı olmak üzere; uzayda sabit bir O noktasından r birim kadar uzaklıkta olan noktaların kümesine, küresel yüzey denir.

Bu yüzey ile iç bölgesindeki tüm noktaların oluşturduğu kümeye (cisme) de küre denir.

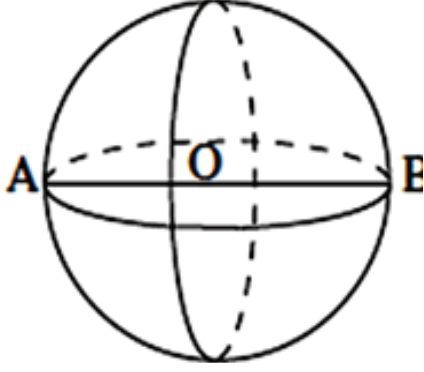
O noktasına kürenin merkezi, her birimle belirtilen r sayısına da kürenin yarıçapı denir.

Küre yüzeyinin bir düzlemlle ara kesiti bir çember oluşturur. Kürenin merkezi O ve yarıçapının uzunluğu r ise;

2. SINIF ELEKTRİK TESİSATÇILIĞI TEMEL MATEMATİK VE FİZİK

(O,r) çemberine, kürenin en büyük çemberi denir.

(O,r) dairesine de kürenin en büyük dairesi adı verilir.



Kürenin Alanı: Yarıçapının uzunluğu r olan kürenin alanı, en büyük dairesinin alanının 4 katına eşittir.

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Kürenin Hacmi : Yarıçap uzunluğu r olan bir kürenin hacmi,

$$V = \frac{4 \times \pi \times r^3}{3}$$

ÖRNEK 6:

Yarıçap uzunluğu 6cm olan bir kürenin alanını ve hacmini bulunuz?

ÇÖZÜM:

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

$$A = 4 \cdot 3,14 \cdot 6^2$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 6^3$$

$$A = 452,16 \text{ cm}^2$$

$$V = 904,32 \text{ cm}^3$$

ÖZET

Tabanları herhangi bir çokgensel bölge olan yan yüzleri dikdörtgensel bölgelerden meydana gelen cisimlere dik prizma denir.

Prizmalar tabanlarına göre; dikdörtgenler prizması, kare prizma, üçgen prizma diye isimlendirilirler.

Dik Prizmaların Özellikleri:

1. Tabanları eş ve paraleldir
2. Yan yüzleri dikdörtgensel bölgelerdir.
3. Her bir köşede kesişen ayrıtları birbirine diktir.
4. Yan ayrıtları aynı zamanda yüksekliktir.

Dikdörtgenler Prizmasının Alanı ve Hacmi

Bütün Alanı = $2ab + 2(ac + bc)$ veya $2(ab + ac + bc)$

Hacmi = Taban Alanı x Yükseklik $\Rightarrow V = a \cdot b \cdot c$

Kare prizmasının alanı ve hacmi:

Bütün Alanı = $2a^2 + 4(a \cdot h)$

Hacmi = Taban Alanı x Yükseklik $V = a^2 \cdot h$

Küpün Alanı ve Hacmi:

Bütün Alanı = $6a^2$

Hacmi = Taban Alanı x Yükseklik $V = a^3$

Kare dik piramidin alanı ve hacmi:

Bütün Alanı = $a^2 + 2a \cdot y$

Hacmi; Taban alanı ile cisim yüksekliğinin çarpımının üçte birine eşittir.

2. SINIF ELEKTRİK TESİSATÇILIĞI

TEMEL MATEMATİK VE FİZİK

$$V = \frac{a^2 \times h}{3}$$

Silindirin alanı ve hacmi

Bütün Alanı : $\pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

Hacmi = Taban alanı x Yükseklik

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Koninin alanı ve hacmi

Bütün Alanı : $\pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot y$

Hacmi : $V = \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$

Kürenin Alanı

$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Kürenin Hacmi: Yarıçap uzunluğu r olan bir kürenin hacmi,

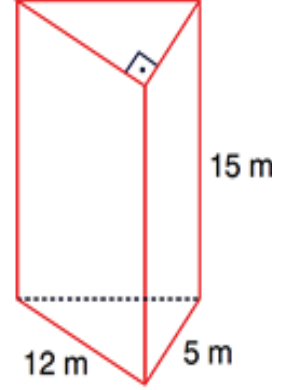
$$V = \frac{4 \times \pi \times r^3}{3}$$

bağıntısı ile bulunur.

DEĞERLENDİRME SORULARI

1) Yanda verilen dik üçgen dik prizma biçimindeki su deposunun hacmi kaç m^3 tür?

- A) 500 B) 450 C) 420 D) 400 E) 350

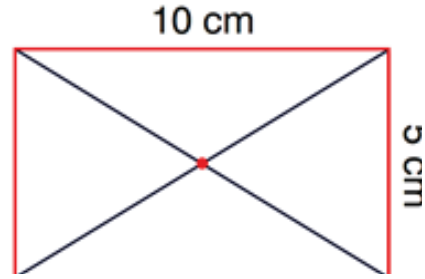


2) Taban alanı 25 cm^2 ve hacmi 100 m^3 olan kare dik piramidin yüksekliği kaç cm dir?

- A)3 B)6 C)18 D)15 E) 12

3) Üstten görünümü şekildeki gibi olan dikdörtgen dik piramidin hacminin 150 cm^3 olması için piramidin yüksekliğinin kaç cm olması gerekir?

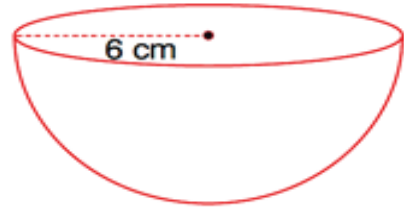
- A)3 B)5 C)7 D)9 D) 12



4) Çapı 6 cm olan bir kürenin hacmi kaç cm^3 tür? ($\pi=3$ alınız.)

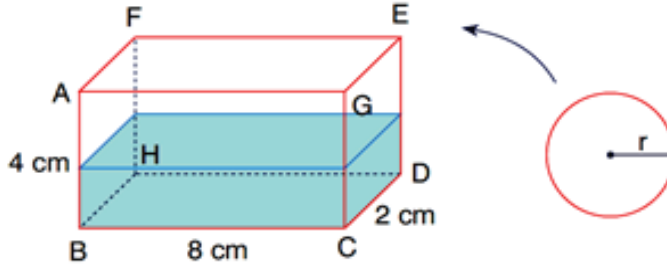
- A) 108 B) 216 C) 432 D) 864 D) 400

5) Yanda verilen yarım küre biçimindeki buz kabına bir ayrıtı 3 cm olan küp şeklindeki buzlardan 35 adet konuluyor. Buzlar eridiğinde kabın durumu aşağıdakilerden hangisindeki gibi olur?



- A) Yarısı dolar. B) $\frac{3}{4}$ ü dolar C) Tamamı dolar.
D) Taşar. E) $\frac{1}{4}$ ü dolar

2. SINIF ELEKTRİK TESİSATÇILIĞI TEMEL MATEMATİK VE FİZİK



6)

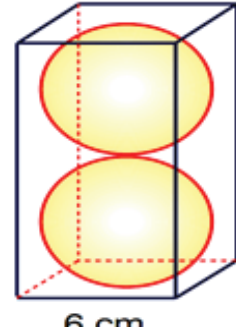
Yukarıdaki dikdörtgenler prizmasının yarısı su ile doludur. Prizmanın içine yukarıdaki demir misket atıldığında prizma dolmaktadır.

Misketin yarıçapı kaç cm dir?
($\pi=3$ alınız.)

- A)1 B)2 C)4 D)8 E) 10

7) Yandaki kare dik prizmanın bir taban ayrıtı 6 cm dir. Bu prizmanın içine yüzeylerine teğet iki küre sığabildiğine göre, prizmanın yüksekliği en az kaç cm dir?

- A)9 B)12 C) 18 D) 24 E) 30



8) Şekilde verilen silindir şeklindeki bardağın yarıçapı 3 cm ve yüksekliği 7cm dir. Buna göre bardak en fazla kaç cm^3 su alabilir? ($\pi =3$ alınız.)

- A)21 B)63 C) 147 D) 189 E) 210



9) Şekildeki dik koni O taban
merkezi $[PO] \perp [OB]$, $|OB|=4\text{cm}$, $|PO|=6\text{cm}$

Verilenlere göre koninin hacmi kaç cm^3 tür?

A) 18π B) 20π C) 24π D) 30π E) 32π

