

9. ÜNİTE

ALAN ÖLÇÜLERİ VE HESAPLANMASI

KONULAR

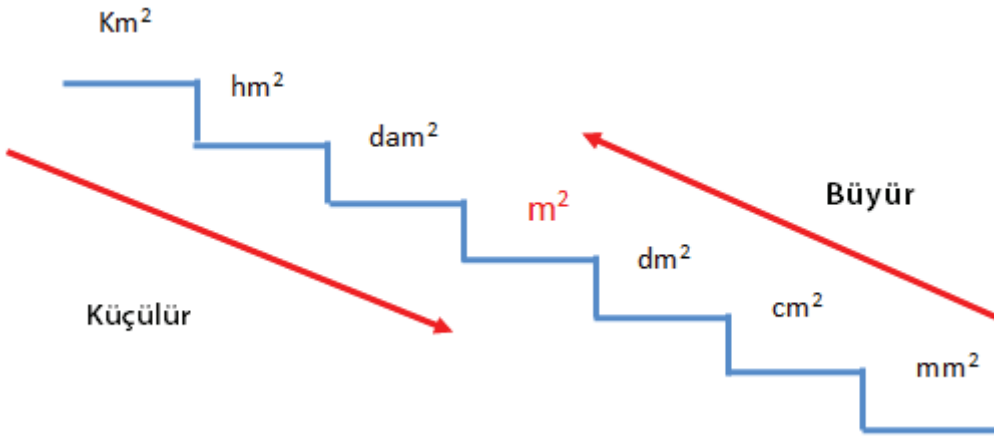
1. ALAN VE ALAN ÖLÇÜLERİ KAVRAMLARI
2. ALAN ÖLÇÜLERİNİN BİRBİRİNE ÇEVİRİLMESİ
3. GEOMETRİK ŞEKİLLERİN ALANLARI
4. ÜÇGENDE ALAN
5. DİK ÜÇGENDE ALAN
6. GENİŞ AÇILI ÜÇGENDE ALAN
7. PARALEL KENARDA ALAN
8. PARALEL KENARDA ALAN ÖZELLİKLERİ
9. EŞKENAR DÖRTGENDE ALAN
10. DİKDÖRTGENDE ALAN
11. KAREDE ALAN
12. DELTOİDDE ALAN
13. YAMUKDA ALAN
14. DÜZGÜN BEŞGENDE ALAN
15. DÜZGÜN ALTIGENDE ALAN
16. DAİRENİN ALAN
17. ÖZET
18. DEĞERLENDİRME SORULARI

9.1 ALAN VE ALAN ÖLÇÜLERİ KAVRAMLARI

Cisimlerin yüzeylerini ölçmek için kullanılır. Alan ölçüleri de uzunluk ölçüleri gibi metre sistemine göre düzenlenmiştir. Alan ölçüsü birimi metre karedir, m şeklinde gösterilir.

Kenar uzunluğu 1 metre olan karenin alanı 1 m^2 dir. Alan ölçüleri için uzunluk ölçülerinde olduğu gibi kullanılan ölçüler yoktur, ölçülecek yüzeyler uzunluk ölçüleri ile ölçülür ve yapılan hesaplamadan sonra alan bulunur.

Metre kare'nin katları yüzer yüzer büyür ve askatları yüzer yüzer küçülür.



9.1.1 Alan Ölçü Birimlerinin Birbirine Çevrilmesi

Metre karenin Katları

- Dekametre kare (dam^2) : Metre karenin 100 katıdır.
Hektometre kare (hm^2) : Metre karenin 10 000 katıdır.
Kilometre kare (km^2) : Metre karenin 1 000 000 katıdır.

Metrekarenin Askatları

- Desimetre kare (dm^2) : Metre kare'nin yüzde biridir.
Santimetre kare (cm^2) : Metre kare'nin onbinde biridir.
Milimetre kare (mm^2) : Metre kare'nin milyonda biridir.

Alan ölçülerinin birbirine çevrilmesini de merdiven basamaklarına benzetebiliriz. Yukarıdaki birime çevrilecek bir sayı her basamak için 100'e bölünür. Aşağıdaki birime çevrilecek bir sayı içinde her basamak için 100'le çarpılır.

9. 2 GEOMETRİK ŞEKİLLERİN ALANLARI

9.2.1 Üçgende Alan

Bir üçgenin alanı, bir kenarı ile o kenara ait yüksekliğin çarpımının yarısına eşittir.

[AH] , [BC] kenarına ait yüksekliktir.

$$\text{Alan}(ABC) = \frac{a \cdot h_a}{2} \text{ olur.}$$

ÖRNEK 1:

BAC dik üçgen [AD] \perp [BC]

$$[BD] = 2 \text{ cm}$$

$$[DC] = 8 \text{ cm}$$

$$[AD] = 6 \text{ cm}$$

Verilenlere göre, A(ABC) kaç cm^2 dir?

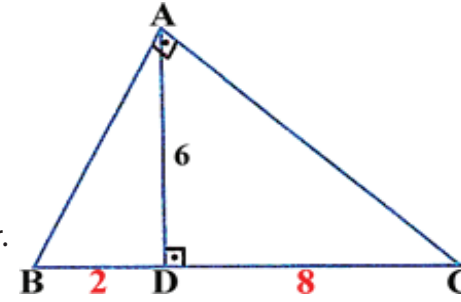
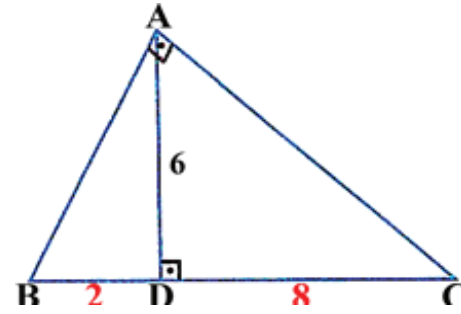
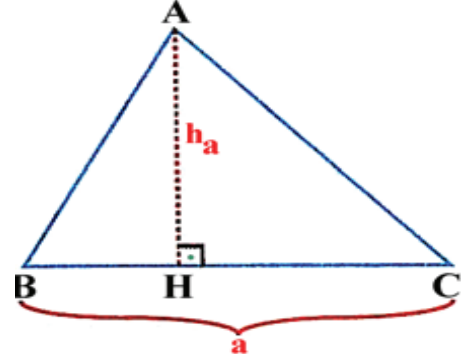
ÇÖZÜM:

|AD| ye h dersek , BAC dik üçgeninde

$$h = 6 \text{ cm}$$

$$[BC] = 10 \text{ cm}$$

$$A(ABC) = \frac{a \cdot h_a}{2} \Rightarrow \frac{10 \cdot 6}{2} = 30 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

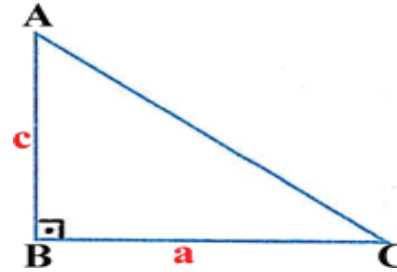


9.2.1.1 Dik Üçgende Alan

Dik üçgenin alanı dik kenarların çarpımının yarısına eşittir.

$$[AB] \perp [BC]$$

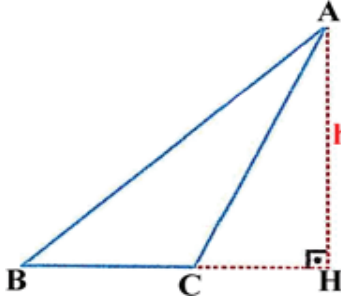
$$\text{Alan}(ABC) = \frac{a \cdot c}{2} \text{ olur.}$$



9.2.1.2 Geniş Açılı Üçgende Alan

Bir üçgende yükseklik her zaman üçgenin içinde olmayabilir.

Yükseklik tabanın uzantısına kadar çizilirse üçgenin alanı, bir kenarı ile o kenara ait



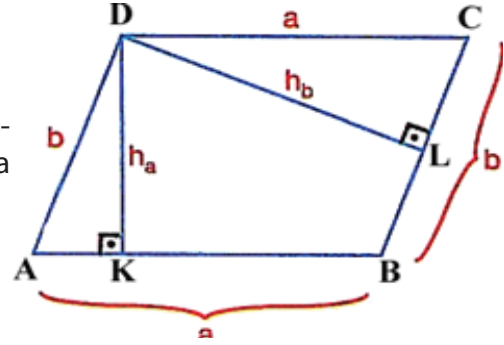
yüksekliğin çarpımının yarısına eşittir.
 $\text{Alan}(\text{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2}$ olur.

9.2.2 Paralel Kenarda Alan

Paralel kenarın alanı, her hangi bir kenar ile o kenara ait yüksekliğin çarpımına eşittir.

Uzunluğu a olan kenara ait yükseklik h_a dir.
Uzunluğu b olan kenara ait yükseklik h_b dir.

$A(\text{ABCD}) = a \cdot h_a = a \cdot h_b$ olur.



ÖRNEK 2:

Bir paralelkenarın uzun kenarı 9 cm. ve bu kenara ait yükseklik 4 cm. dir. Bu paralelkenarın alanını bulunuz ?

$$a=9 \text{ cm.} \quad h = 4 \text{ cm.}$$

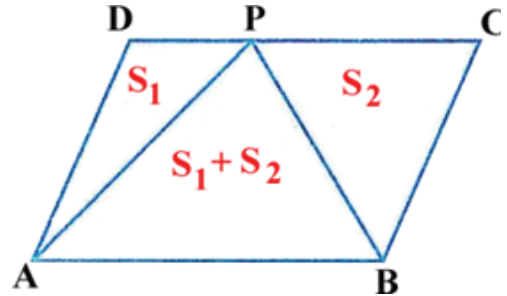
$$A = a \cdot h \quad A = 9 \cdot 4 = 36 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

9.2.2.1 Paralel Kenarda Alan Özellikleri

Paralel kenarda bir kenar üzerinde alınan bir noktanın karşı köşelere birleşmesiyle oluşan üçgenin alanı tüm alanın yarısına eşittir.

P noktası ABCD paralelkenarının [CD] kenarı üzerinde

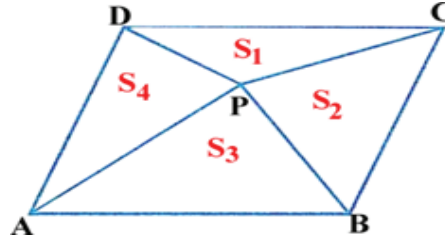
$A(\text{APB}) = A(\text{ADP}) + A(\text{PBC})$ bağıntısı olur.



Paralel kenarın içerisinde alınan herhangi bir P noktası köşelere birleştirildiğinde oluşan karşılıklı üçgenlerin alanları toplamı eşittir.

P noktası ABCD paralel kenarı içinde bir noktadır.

$S_1 + S_3 = S_4 + S_2$ bağıntısı olur.



9.2.3 Eşkenar Dörtgende Alan

Dört kenar uzunlukları birbirine eşit ve karşılıklı açılarının ölçümü eşit olan dörtgene eşkenar dörtgen denir.

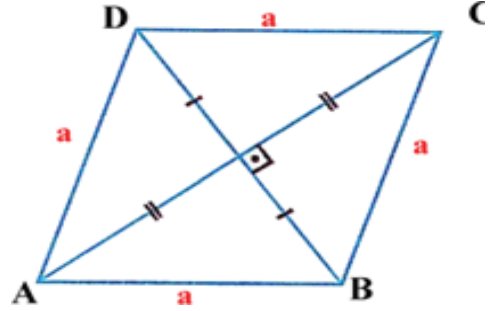
$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = a$$

$e \perp f$ Köşegenler birbirine diktir

Eşkenar Dörtgenin Alanı

1) Köşegenleri verilmiş ise:

Köşegen uzunlukları çarpılır, ikiye bölünür



2) Bir kenarı ve bu kenara ait yükseklik verilmiş ise: Paralelkenar gibi bu kenar ile bu kenara ait yükseklik çarpılır.

$$A = \frac{e \cdot f}{2} \quad \mathbf{A = a \cdot h}$$

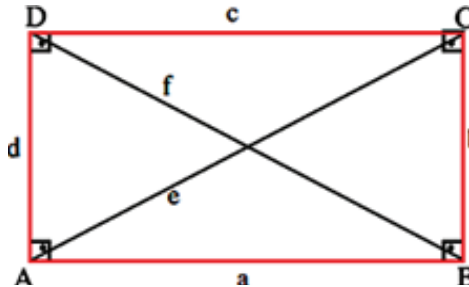
ÖRNEK 2:

Köşegen uzunlukları 6 ve 10 cm. olan eşkenar dörtgenin alanı bulunuz.

$$e = 6 \text{ cm. } f = 10 \text{ cm.} \quad A = \frac{e \cdot f}{2} \quad A = \frac{6 \cdot 10}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}^2$$

9.2.4 Dikdörtgende Alan

Karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel, açıları 90° olan dörtgenlere dikdörtgen denir.



$$a = c, b = d$$

$$s(\hat{B}) = s(\hat{D}), e = f$$

$$s(\hat{A}) = s(\hat{B}) = s(\hat{C}) = s(\hat{D}) = 90^\circ$$

$$a \parallel c, b \parallel d$$

Dikdörtgenin Alanı :Kısa kenarı ile uzun kenarı çarpılır. $A = a \cdot b$

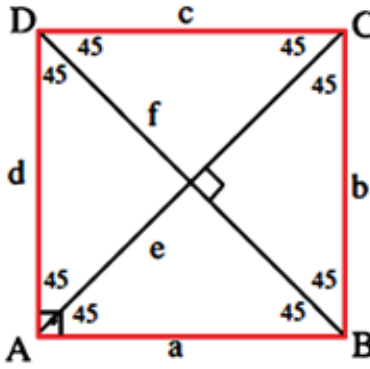
Dikdörtgen bir açısı 90 olan bir paralel kenar olduğu için paralel kenarın bütün özelliklerini taşır.

ÖRNEK 3:

Kısa kenarı 6 cm ve uzun kenarı 7 cm olan dikdörtgenin alanını hesaplayınız?
 $A = a \cdot b = 6 \cdot 7 = 42 \text{ cm}^2$

9.2.5 Karede Alan

Kenarları birbirine eşit ve açıları 90 olan dörtgene kare denir.



$$s(\hat{A}) = s(\hat{B}) = s(\hat{C}) = s(\hat{D}) = 90^\circ$$

$$a = b = c = d$$

$$a \parallel c \text{ ve } b \parallel d$$

$$e = f$$

Karenin Alanı : Karenin dört kenarı da birbirine eşit olduğundan $A = a^2$ olur.

Kare dikdörtgenin bütün özelliklerine sahiptir.

ÖRNEK 4:

Bir kenarı 20 cm. olan bir karenin alanı kaç cm dir?

$$A = a \cdot a = 20 \cdot 20 = 400 \text{ cm}^2$$

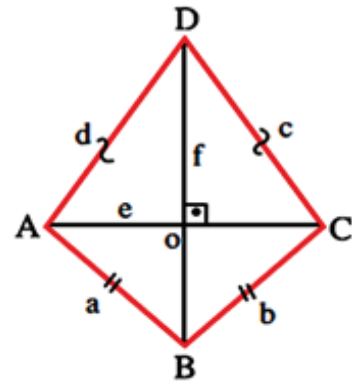
9.2.6 Deltoidde Alan

Tabanları eşit olan iki ikizkenar üçgenin, tepe noktaları farklı kalacak şekilde eş tabanların çakıştırılması ile oluşan dörtgene deltoid denir.
 $|AB| = |BC|$, $|AD| = |DC|$, $e \perp f$

Deltoidin alanı:

Eşkenar dörtgen gibi, Köşegen uzunlukları çarpılır, ikiye bölünür.

$$A = \frac{e \times f}{2}$$

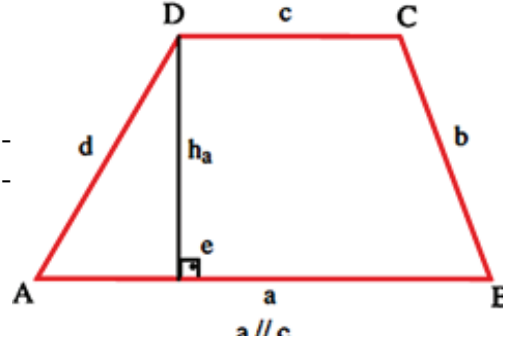


9.2.7 Yamukda Alan

Yalnız karşılıklı iki kenarı birbirine paralel olan dörtgenlere yamuk denir.

Yamuğun Alanı: Alt ve üst tabanları (paralel kenarları) toplamının, yükseklik ile çarpımının yarısına eşittir

$$A = \frac{(a+c) h}{2}$$



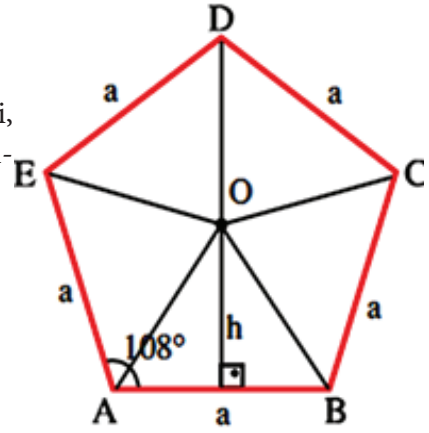
9.2.8 Düzgün Beşgende Alan

Beş kenarı da birbirine eşit olan beşgenlere düzgün beşgen denir. 5 kenarı, 5 köşesi, 5 açısı vardır. İç açıları toplamı 540° dir. Bir açının ölçümü 108° dir.

Düzgün Beşgenin Alanı:

$$A = 5 \cdot \frac{a \times h}{2}$$

$$|AB| = |BC| = |CD| = |DE| = |EA| = a$$

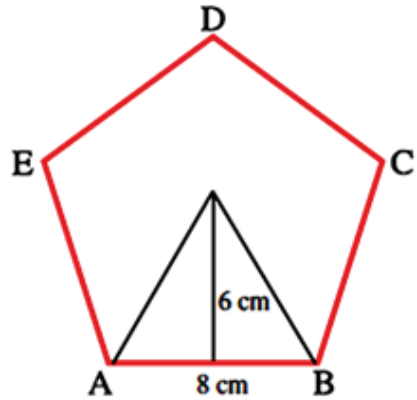


ÖRNEK 4:

Aşağıdaki düzgün beşgende, $|AB|=8\text{cm}$, $|OH|=6\text{cm}$ olduğuna göre düzgün beşgenin alanını bulunuz?

$$A = 5 \cdot \frac{a \times h}{2} = 5 \cdot \frac{8 \times 6}{2} = 5 \cdot \frac{48}{2}$$

$$A = 5 \cdot 24 = 120 \text{ cm}^2$$



9.2.9 Düzgün Altıgende Alan

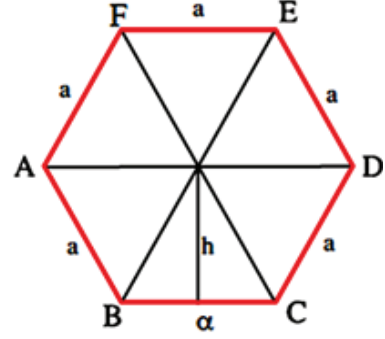
Altı kenarı da birbirine eşit olan altıgenlere düzgün altıgen denir.

6 kenarı, 6 köşesi, 6 açısı vardır. iç açıları toplamı 720° dir. Bir açısının değeri 120° dir.

Düzgün Altıgenin Alanı:

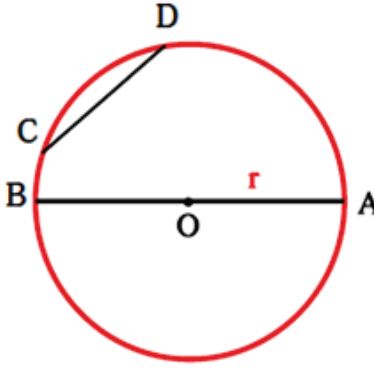
$$A = 6 \cdot \frac{a \times h}{2}$$

$$|AB| = |BC| = |CD| = |DE| = |EF| = |FA| = a$$



9.2.10 Dairenin Alanı

Çemberin iç bölgesi ile çemberin kendisinin birleşimine daire denir.



Herhangi bir Dairenin Çevresini çapına böldüğümüzde 3,14... gibi bir sayı bulunur. Bu sayı bütün dairelerde aynı işlem yapıldığında aynı çıkmaktadır. Bu sayıya matematikte Pi sayısı denir ve (π) işareti ile gösterilir.

$$|OA| = r \text{ (yarıçap)}$$

$$|BA| = R = 2r \text{ (çap)}$$

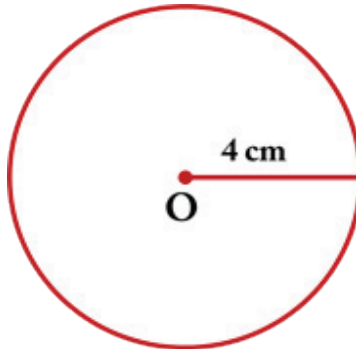
$$|CD| \text{ kiriş}$$

Dairenin Alanı:

Yarıçapın karesi ile π sayısı çarpılır.

$$A = \pi \cdot r^2$$

ÖRNEK 5:



Yanda verilen dairenin alanı kaç cm dir?

($\pi = 3$ alınız)

ÇÖZÜM:

$$A(\text{daire}) = \pi \cdot r^2 \Rightarrow 3 \cdot 4 \Rightarrow 3 \cdot 16 = 48 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}$$

ÖZET

ALAN VE ALAN ÖLÇÜLERİ KAVRAMLARI

Cisimlerin yüzeylerini ölçmek için kullanılır. Alan ölçüleri de uzunluk ölçüleri gibi metre sistemine göre düzenlenmiştir. Alan ölçüsü birimi metre karedir, m^2 şeklinde gösterilir

Metre kare'nin katları yüzer yüzer büyür ve askatları yüzer yüzer küçülür.

$$\text{Üçgende Alan: Alan(ABC)} = \frac{a \cdot h_a}{2}$$

Paralel Kenarda Alan: $A(ABCD) = a \cdot h_a = a \cdot h_b$ olur.

$$\text{Eşkenar Dörtgende Alan: } A = \frac{(a+c) h}{2}$$

Dikdörtgende Alan: Kısa kenarı ile uzun kenarı çarpılır. $A = a \cdot b$

Karede Alan: Karenin dört kenarı da birbirine eşit olduğundan $A = a^2$ olur.

$$\text{Deltoidde Alan: } A = \frac{e \cdot f}{2}$$

$$\text{Yamukda Alan: } A = \frac{(a+c) h}{2}$$

$$\text{Düzgün Beşgende Alan: } A = 5 \cdot \frac{a \cdot h}{2}$$

$$\text{Düzgün Altıgende Alan: } A = 6 \cdot \frac{a \cdot h}{2}$$

$$\text{Dairenin Alan: } A = \pi \cdot r^2$$

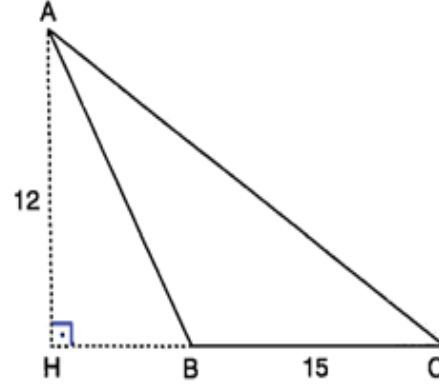
DEĞERLENDİRME SORULARI

1) ABC bir üçgen $[AH] \perp [HC]$

$|AH|=12$ cm $|BC|=15$ cm

Verilenlere göre, $A(ABC)$ kaç cm^2 dir?

- A)50 B)60 C)70
D)80 E) 90

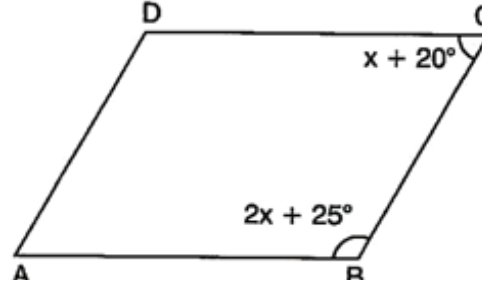


2) ABCD paralel kenar

$m(\widehat{B}) = 2x + 25^\circ$ $m(\widehat{C}) = x + 20^\circ$

Verineler göre, $m(\widehat{A})$ kaç derecedir?

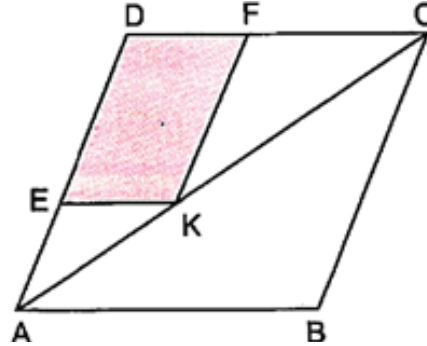
- A)80 B) 75 C)70
D)65 E) 60



3) ABCD eşkenar dörtgen EKFD paralelkenar $[AC]$ köşegen $\widehat{C}(EKFD) = 9$ cm ve eşkenar dörtgene ait yükseklik 4cm dir.

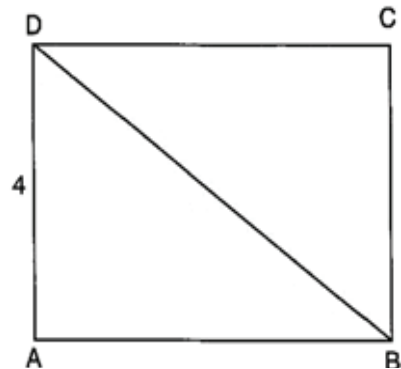
Verilenler göre, ABCD eşkenar dörtgeninin çevresi kaç cm dir?

- A)12 B) 16 C)18
D)24 E) 27



4) ABCD dikdörtgen $|BD|=2|BC|$, $|AD|=4$ cm
Verilenlere göre, $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

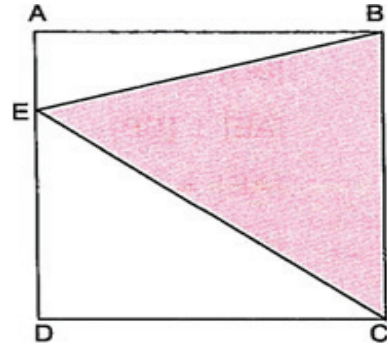
- A) $12\sqrt{3}$ B) $15\sqrt{3}$ C) $16\sqrt{3}$ D) $18\sqrt{3}$ E) $20\sqrt{3}$



2. SINIF ELEKTRİK TESİSATÇILIĞI TEMEL MATEMATİK VE FİZİK

5) ABCD kare $|AB|=6\text{cm}$ şekilde ABCD karesinde E noktası $[AD]$ kenarı üzerinde olduğuna göre, EBC taralı alan kaç cm^2 dir?

- A)9 B)12 C)15
D)16 E) 18

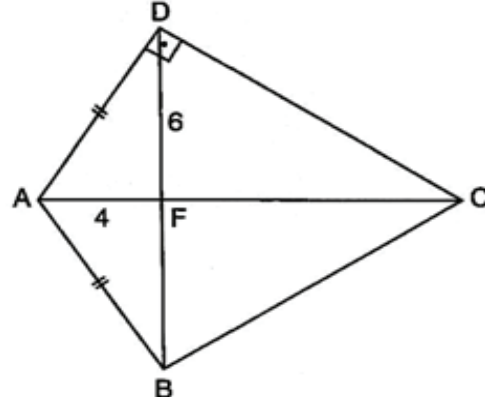


6) ABCD deltoid $[AC]$ ve $[BD]$ köşegen

$|AD|=|AB|$, $[AD] \perp [DC]$, $|DF|=6\text{cm}$,
 $|AF|=4\text{cm}$

Yukarıda verilenler göre, $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

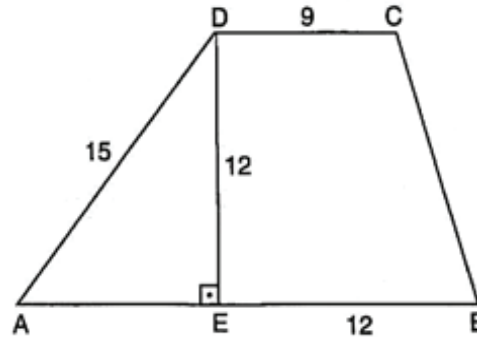
- A)72 B)78 C)91
D)104 E) 108



7) ABCD yamuk $[DE] \perp [AB]$, $|AD|=15\text{cm}$,
 $|DC|=9\text{cm}$ $|DE|=12\text{cm}$, $|EB|=12\text{cm}$

Verilenlere göre, $A(ABCD)$ kaç cm^2 dir?

- A)192 B)180 C)164
D)144 E) 136



8) O merkez $|OA| = 6\text{cm}$ şekildeki dairenin alanı kaç cm^2 dir?

- A)6 π B)12 π C)18 π D)24 π E)36 π

